

## Digitale Signaalverwerking I, oplossing van oefening 2.8

Ontwerp een *decimation in time* (zie vorige oefening) FFT-algoritme voor  $N = 3^k$  en teken het bijhorend blokschema (zoals een vlinderdiagramma) van de berekeningen voor  $N = 9$ .

**Oplossing:**

$$\begin{aligned} X_{3N}[n] &= \sum_{k=0}^{3N-1} x[k] W_{3N}^{kn} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x[3k] W_{3N}^{3kn} + W_{3N}^n \sum_{k=0}^{N-1} x[3k+1] W_{3N}^{3kn} + W_{3N}^{2n} \sum_{k=0}^{N-1} x[3k+2] W_{3N}^{3kn} \\ &= Y_N[n] + W_{3N}^n Z_N[n] + W_{3N}^{2n} V_N[n], \end{aligned}$$

waar  $y[k] := x[3k]$ ,  $z[k] := x[3k+1]$  en  $v[k] := x[3k+2]$  ( $0 \leq k < N$ ). Om het product  $W_{3N}^n Z_N[n]$  slechts voor 1/3 van de waarden van  $n$  te moeten berekenen, herschrijven we dit voor 3 intervallen van  $n$ , dus met telkens  $0 \leq m < N$ :

$$\begin{aligned} X_{3N}[m] &= Y_N[m] + W_{3N}^m Z_N[m] + W_{3N}^{2m} V_N[m], \\ X_{3N}[m+N] &= Y_N[m] + W_3^1 W_{3N}^m Z_N[m] + W_3^2 W_{3N}^{2m} V_N[m], \\ X_{3N}[m+2N] &= Y_N[m] + W_3^2 W_{3N}^m Z_N[m] + W_3^1 W_{3N}^{2m} V_N[m], \end{aligned}$$

waar we gebruikten dat  $W_{3N}^{m+N} = W_3^1 W_{3N}^m$ , en  $W_3^4 = W_3^1$ .